

# Plan d'expérience optimal pour l'évaluation du couplage sur câbles soumis à des paramètres incertains

## *Optimal design of experiments for the assessment of cable coupling assuming uncertain parameters*

---

Yassir Karroum<sup>1</sup>, Imad Enneimy<sup>1</sup>, and Sébastien Lalléchère<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ISIMA, Aubière, yassir@ykarroum.com, enneimy.i@gmail.com

<sup>2</sup>Université Clermont Auvergne, Sigma Clermont, Institut Pascal, Clermont-Fd, sebastien.lallechere@uca.fr

---

**Mots-clefs:** couplage radiofréquence, interférence électromagnétique (IEM), propagation d'incertitudes (PU)

**Keywords:** radiofrequency coupling, electromagnetic interference (EMI), uncertainty propagation (UP)

---

### Résumé:

Cette proposition vise à évaluer la distribution et les moments statistiques du courant induit au niveau de la terminaison d'une ligne située au-dessus d'un plan de masse, et soumise à une perturbation radiofréquence extérieure. Le problème revêt une importance majeure pour divers domaines d'applications en compatibilité électromagnétique (CEM). La volatilité des paramètres d'entrée nécessite des méthodes efficaces : cette contribution mettra en avant plus particulièrement une formulation analytique sur un problème CEM en parallèle avec une méthode de réduction d'ordre (MOR) et une technique de régression par apprentissage semi-supervisé (RAS), comparativement à la référence obtenue par la méthode de Monte-Carlo (MMC).

**Abstract:** This contribution aims to estimate the statistics and probability distribution of the current induced at the terminal of a cable above ground plane, illuminated by external radiofrequency stimulation. The problem is of paramount importance for various applications in electromagnetic compatibility (EMC). The volatility of input parameters requires efficient methods: a particular focus will be given in this proposal to analytical formulation, jointly with order reduction method (MOR in French) and semi-supervised learning regressor (RAS in French), both in comparison to classical Monte Carlo method (MMC in French).

## 1 Introduction

De nombreux systèmes électroniques sont soumis à des stimulations radiofréquences (RF) pouvant entraîner le dysfonctionnement de ces derniers. C'est évidemment le cas pour des problématiques liées à la sensibilité de mesure en radiocommunication et astronomie. Ces dernières années, ce domaine s'est trouvé confronté à l'apparition de difficultés liées à la fois à la compatibilité électromagnétique (CEM) des systèmes [1, 2] et aux incertitudes entourant la mise en œuvre de programmes scientifiques d'envergures ; e.g., le "square kilometer array (SKA)" [2]. Dans ce cadre, les études passées ont montré l'importance (devant la complexité des systèmes électroniques mis en jeu) de prendre en compte un nombre toujours croissant de paramètres entachés d'incertitudes. Par exemple, le cas d'erreurs de montage sur des antennes est évoqué dans [3]. Ces problèmes entraînent la prise en compte d'un nombre conséquent de variables aléatoires (VAs) qui nécessite d'une part l'emploi de modèles (analytiques, numériques, expérimentaux) adaptés, mais également la définition de techniques stochastiques précises. La motivation de cette proposition concerne l'utilisation de méthodes originales permettant de réduire la complexité d'un problème générique de couplage entre une onde plane stochastique (incidence, polarisation, amplitude du champ électrique de perturbation aléatoires) et d'un système générique (ligne de transmission) elle-même soumise à des dérives (géométriques et électriques). En conséquence, la section 2 propose une description synthétique du problème posé. La section suivante donne des détails concernant les deux méthodes stochastiques choisies (respectivement méthode de réduction d'ordre MOR et régression par apprentissage semi-supervisé RAS). Une sélection de résultats numériques obtenus à partir des formalismes précédents est proposée dans la section 4 avec une confrontation aux données MMC. Enfin, La section 5 offre une synthèse et des perspectives à ces travaux.

## 2 Couplage radiofréquence en environnement incertain

L'exemple illustratif considéré ici concerne une ligne de transmission (longueur  $L$ , diamètre  $d$ , coefficient d'atténuation  $\alpha$ ) située à une hauteur  $h$  d'un plan de masse parfait. Le câble est chargée à ses deux extrémités par deux impédances  $Z_0$  et  $Z_L$ , et il est soumis à un champ électrique perturbateur d'amplitude  $a_e$  issu d'une onde plane perturbatrice d'incidence  $(\theta_p, \phi_p)$  et de polarisation  $\theta_e$ . En dehors de la fréquence de stimulation  $f$ , tous les paramètres précédents sont considérés comme des VAs, voir la Tab. 1. Un intérêt particulier est porté à

l'amplitude du courant  $I$  en terminaison de ligne (i.e. au niveau de l'impédance  $Z_L$ ). Il peut être exprimé pour une fréquence  $f$  (étude menée dans la suite entre 1 kHz et 20 MHz) en fonction des 10 VAs précédentes selon :

$$I(\mathbf{x}; f) = m(\theta_p, \phi_p, \theta_e, a_e, h, d, L, Z_0, Z_L, \alpha; f), \quad (1)$$

où  $m(\mathbf{x}; f)$  est une fonction analytique dont l'expression exacte est donnée dans [4], avec  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_{10}]^T$ . On notera que la fréquence  $f$  est déterministe.

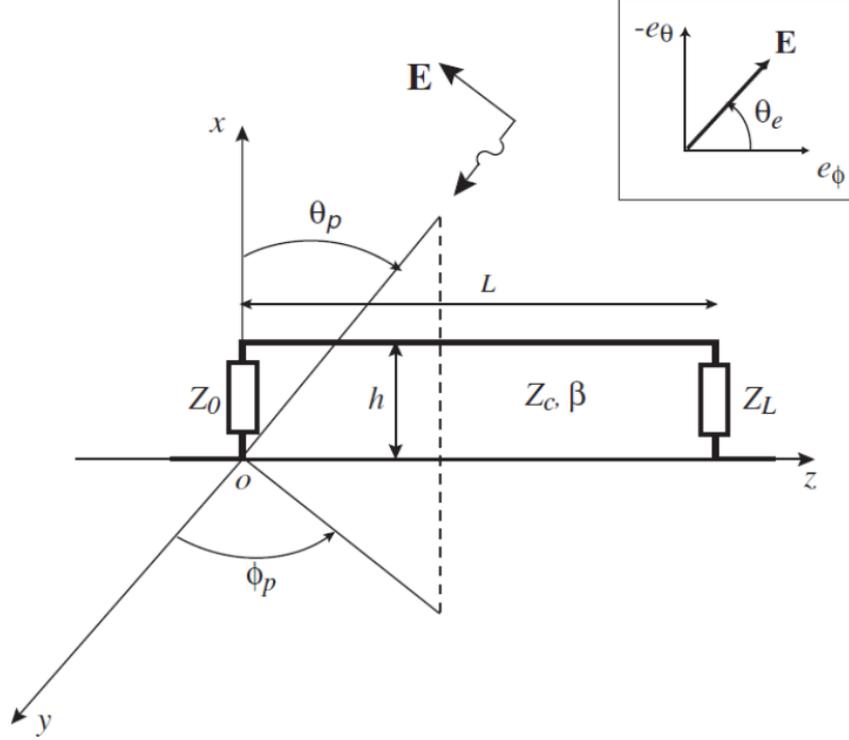


FIGURE 1 – Position du problème : ligne de transmission au-dessus d'un plan de masse illuminée par une onde plane [4].

TABLE 1 – Statistiques (Moyenne Moy et coefficient de variation CV) et distributions (distrib.,  $\mathbb{N}$  = normale) des VAs dans le cas test proposé.

Var. aléa.	$x_1 = \theta_p$ (rad)	$x_2 = \phi_p$ (rad)	$x_3 = \theta_e$ (rad)	$x_4 = E$ (V/m)	$x_5 = h$ (m)	$x_6 = d$ (m)	$x_7 = L$ (m)	$x_8 = Z_0$ ( $\Omega$ )	$x_9 = Z_L$ ( $\Omega$ )	$x_{10} = \alpha$ (-)
Moy	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	1	0.020	0.001	1	50	1000	0.001
CV	20%	20%	20%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%
Distrib.	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$

Si la prise en charge de la volatilité des paramètres exposés dans la Tab. 1 est directe avec la méthode de Monte-Carlo (MMC), la motivation de ces travaux repose sur l'utilisation de deux approches alternatives : méthode d'ordre réduit (MOR [5]) et régression par apprentissage semi-supervisé (RAS [6]). Les deux techniques précédentes font l'objet d'une présentation synthétique dans la section suivante.

### 3 Principes théoriques

Cette section décrit brièvement les fondements des deux grandes classes de méthodes proposées dans ces travaux pour l'extraction de plans d'expériences optimaux dans un contexte électromagnétique entâché par des incertitudes. Les codes sources développés sont librement accessibles depuis le dépôt github suivant : <https://github.com/ukarroum/optimal-experimental-design>.

### 3.1 Méthode d'Ordre Réduit (MOR)

La stratégie adoptée pour implémenter la technique MOR s'assimile à une approche de type "clustering" (plus précisément, une émanation de l'algorithme dit de *k-means*). L'algorithme de *k-means* permet de représenter un nombre important d'échantillons de départ (e.g.  $n = 10^4, 10^5, \dots$ ) à partir d'un nombre limité de points (e.g. ici  $m = 10, m = 25, \dots$ ). Les coordonnées de ces derniers (dans l'espace des paramètres d'entrée) déterminent les positions des "clusters" représentatifs de l'ensemble de points initiaux. Il peut arriver (en fonction de l'algorithme choisi) que les points sélectionnés de manière optimale (voir [5] pour une explication détaillée) ne fassent pas partie des points initialement définis (voir par exemple le traitement existant de la fonction *sklearn* sous *Python*). Les développements proposés dans le cadre de ces travaux visent à implémenter une version *ex nihilo* et modifiée de l'algorithme de *k-mean* sous *Python* permettant de choisir avec flexibilité : l'appartenance ou non des coordonnées des *clusters* au plan d'expérience original, la fonction objectif à optimiser, ...

La réalisation de l'algorithme (voir Fig. 2) pour un nombre de *clusters*  $m$  donné permet la génération des  $m$  jeux de positions de points dans l'espace des entrées  $\mathbf{x}_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^p)^T$  pour  $i = 1, \dots, m$  et  $p$  la dimension de l'espace de départ. Chacun des *clusters* est également caractérisé par son poids  $p_i$  dans l'ensemble des entrées du plan initial. Ainsi, le calcul des moments statistiques est obtenu de manière directe sur la base des grandeurs  $\mathbf{x}_i$  et  $p_i$ . Pour l'illustration, on notera que la moyenne d'une grandeur  $I$  (courant dans la suite de cet exemple, pourra être obtenue selon

$$\langle I(\mathbf{s}, \mathbf{d}) \rangle = \sum_{i=1}^m p_i * I(\mathbf{x}_i, \mathbf{d}) \quad (2)$$

avec  $\mathbf{s}$  et  $\mathbf{d}$  respectivement les paramètres volatiles (stochastiques) et fixes (déterministes) du problèmes, et  $\sum_{i=1}^m p_i = 1$ . Comme évoqué précédemment, le critère d'optimisation de l'algorithme pourra être choisi en rapport avec les statistiques de l'ensemble des points de départ initiaux : moyenne, variance, densité de probabilité (PDF) par exemple. Historiquement, la technique MOR est plus utilisée dans le domaine de la simulation que pour les plans d'expérience optimaux (ce qui explique le nombre limité de ressources documentaires disponible dans ce contexte). L'algorithme développé est synthétisé dans la Fig. 2.

```

Algorithm 1 : K-means
1 Procédure K-means(E : m, nbClusters, nbIterations ; Sortie :
  μ1, μ2, ..., μnbClusters, p1, p2, ..., pnbClusters)
2   Initialiser de façon aléatoire nbClusters points μi représentant les centres
  des centroids.
3   pour k de 0 à nbIterations faire
4     pour i de 0 à nbClusters faire
5       tant que la fonction objective entre les nouvelles positions des
        clusters et les anciennes est supérieur à un seuil prédéfini faire
6         /* m représente le nombre de points dans le jeu de test */
7         pour j de 0 à m faire
8           c(i) ← indice du cluster le plus proche (distance considérée
              dans notre cas : norme d'ordre 2 de la différence vectorielle)
9         fin pour
10        pour j de 0 à 25 faire
11          μi ← moyenne des points affectés au cluster i
12        fin pour
13        Comparer la valeur de la fonction objective pour les clusters
          trouvés dans cet itération et celle des meilleurs clusters trouvés,
          et ne garder que la meilleur
14      fin tq
15    fin pour
16  fin pour
17  Prendre les clusters ayant la meilleur valeur du cout
18 Fin

```

FIGURE 2 – Vue synthétique de l'algorithme MOR.

### 3.2 Régression par Apprentissage semi-Supervisé (RAS)

L'apprentissage semi-supervisé permet d'aborder le problème précédent sous un angle différent. Ainsi, au lieu de chercher un nombre  $m$  réduit de points représentatifs du plan d'expérience initial, nous essayons à travers cette méthode d'inférer la fonctionnelle  $F$  représentative du modèle stochastique (i.e. à partir des réalisations aléatoires des paramètres d'entrée du modèle). Ceci peut être réalisé à partir d'une régression basée sur un nombre restreint ( $m$  également ici) de points. Une fois ce nouveau modèle (simple) déterminé, il est possible de pratiquer un nombre de réalisation substantiel pour extraire les moments statistiques nécessaires (moyenne par exemple). Les données choisies par cette méthode RAS (*active learning*) donnent une vision optimale de l'erreur

commise sur le modèle, mais peuvent s'avérer moins représentatifs du plan d'expérience initial. Le processus global d'extraction est synthétisé dans la Fig. 3.

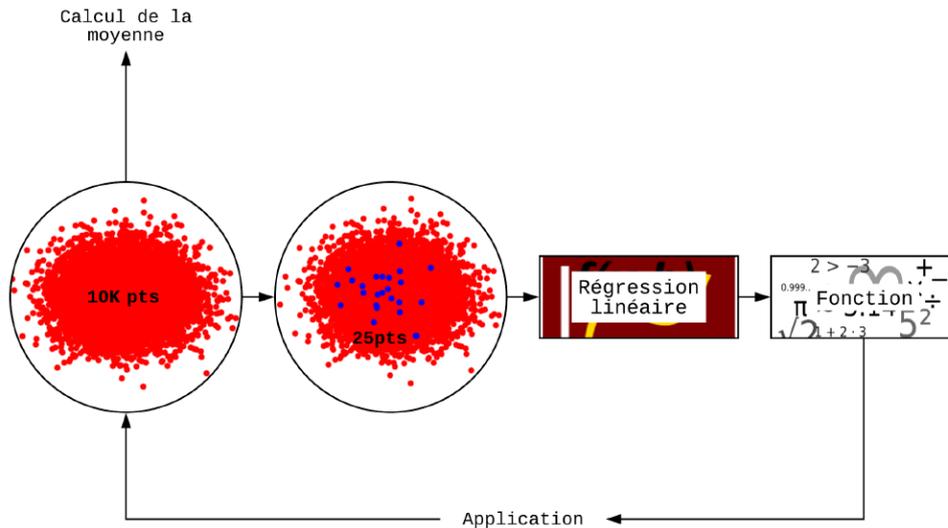


FIGURE 3 – Diagramme de flux de l’algorithme RAS : illustration avec  $n = 10^4$  points dans l’espace d’entrée,  $m = 25$  points optimaux, régression linéaire, et détermination de la moyenne de l’observable choisi (dans la suite, moyenne du courant).

Brièvement, on notera que différents critères d’optimalité ont été définis. Dans l’exemple présenté, le critère dit de “A-optimalité” est utilisé : cela consiste à choisir les points  $X'$  des points d’entrée qui minimiseront  $trace([(X^T X)^{-1}])$ . Pour le lecteur intéressé, les détails sont donnés dans le dépôt github : <https://github.com/ukarrou/optimal-experimental-design>.

L’algorithme décrit à travers les Figs 3 et 4 présente l’utilisation de techniques de régression “linéaires”. Naturellement, les traitements proposés ont été généralisés pour des approches “non-linéaires” (à travers la génération de combinaisons). Ainsi, pour deux entrées  $x$  et  $y$ , on peut considérer différentes configurations de monômes :

- d’ordre 2 au maximum :  $x, y, x^2, y^2, xy$  ;
- d’ordre 3 au maximum :  $x^3, y^3, x^2y, xy^2$ , et ceux d’ordre 2 ;
- d’ordres plus élevés ...

Le pré-traitement précédent est automatisable pour différents ordres de manière automatique par la bibliothèque à condition de fixer cette information en début d’analyse.

```

Algorithme 2 : Active Learning
1 Procédure get_optimal_design_exp( $E : X$  ; Sortie :  $X'$ )
2 Initialiser  $X'$  à un point tiré aléatoirement
3  $A = (X'^T X')^{-1}$ a
4 pour  $i$  de 1 à nombreExperiences faire
5 | Ajouter le point  $v$  qui maximise  $v^T A v$ b
6 fin pour
7 Fin
  
```

a. Réellement on n'utilise qu'un pseudo inverse  
b. une simple recherche linéaire est utilisé

FIGURE 4 – Algorithme RAS : illustration de la fonction `get_optimal_design_exp`.

## 4 Résultats numériques

L’utilisation de la relation (1) en tenant compte des incertitudes de la Tab. 1 conduit aux résultats des figures 5 et 6. Ainsi, on constate le très bon comportement du plan d’expérience MOR, permettant d’obtenir un très bon accord avec seulement 10 simulations, comparativement à 100000 réalisations MMC (Fig. 5). L’utilisation de la technique RAS à l’ordre 2 permet également d’obtenir des valeurs de courant moyen en accord avec MOR (25

simulations) et la référence MMC (fig. 6).

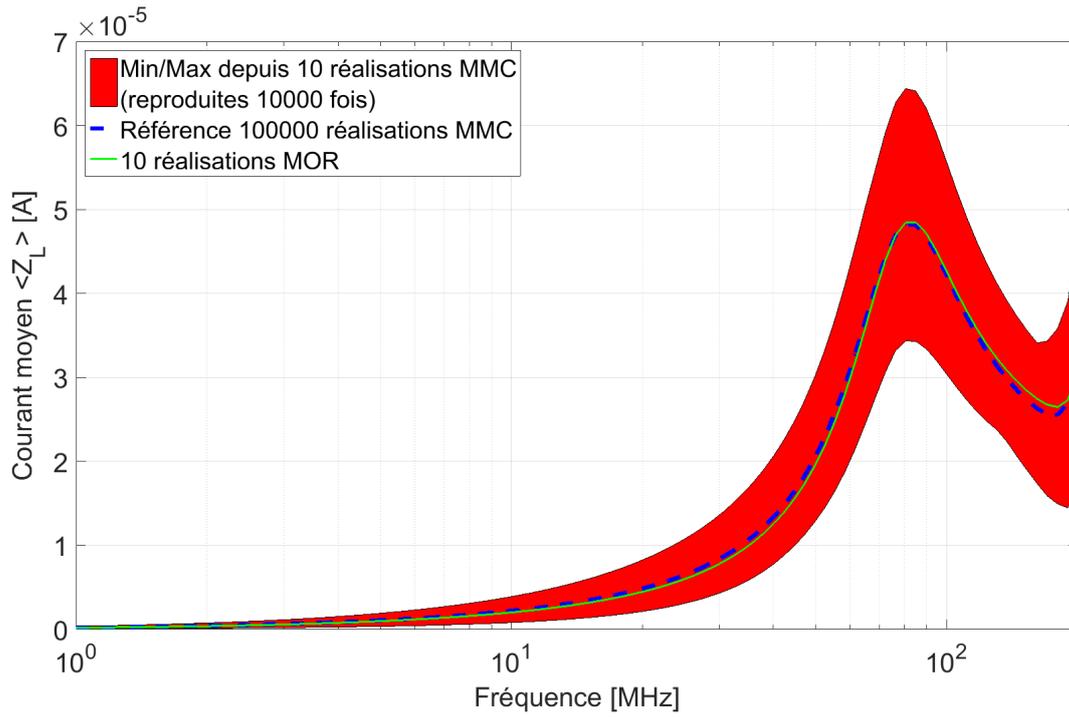


FIGURE 5 – Résultats obtenus par MOR (10 réalisations) et MMC ( $10^5$  simulations).

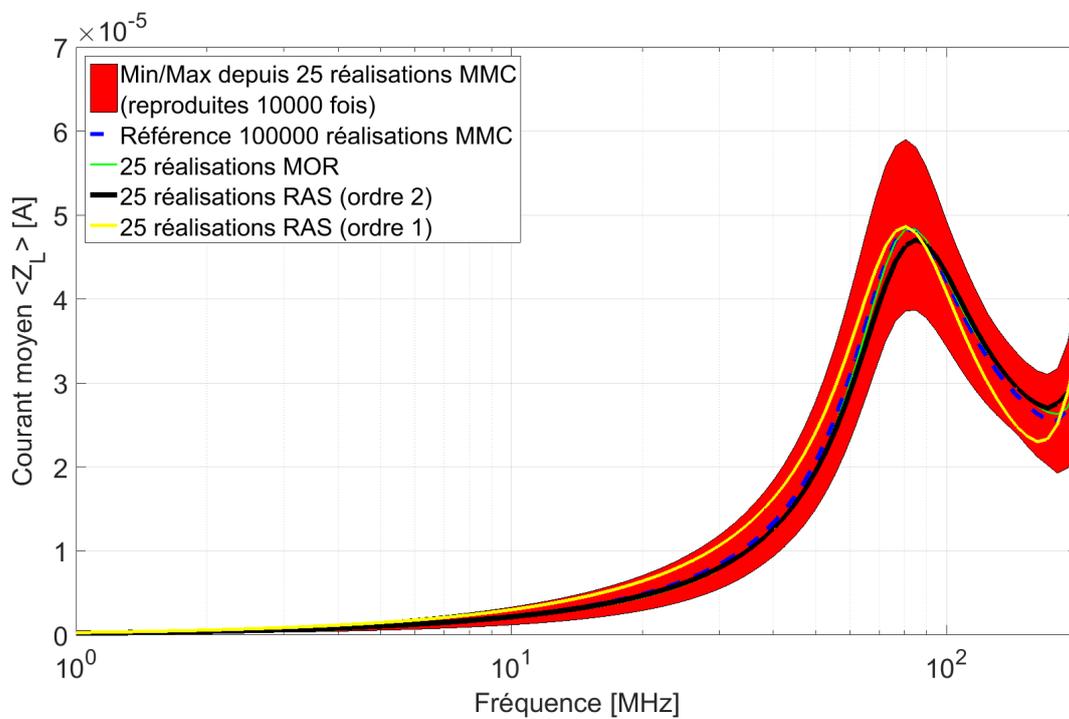


FIGURE 6 – Comparaison des techniques MOR et RAS (25 réalisations) vis-à-vis de la référence MMC.

## 5 Conclusion

Cette proposition a permis d'illustrer l'intérêt de techniques originales d'apprentissage (respectivement MOR et RAS) pour la réduction de la complexité d'un problème de CEM soumis à des paramètres d'entrée incertains. L'avantage majeur de ces deux méthodes repose sur leur flexibilité quant au choix du nombre de réalisations nécessaires  $m$  pour la simulation, ceci en regard du nombre conséquent de simulations imposé la référence Monte-Carlo (MMC avec  $n$  réalisations et  $n \gg m$ ). Les méthodes se révèlent prometteuses sur la base des résultats fournis concernant la détermination du courant moyen couplé sur une ligne de transmission. Des travaux complémentaires montrent actuellement le très bon comportement des méthodes, même pour l'extraction de quantiles élevés (e.g. maxima de courants).

## 6 Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier :

- C. Duhamel, enseignant-chercheur à l'ISIMA, pour les conseils donnés durant la réalisation de ces travaux ;
- le rapporteur anonyme qui, sur la base du résumé proposé, a permis d'améliorer la qualité du papier final.

## 7 Références

- [1] P. Yaya and C. Tourain, "*Impact of DORIS ground antennas environment on their radio signal quality*", Advances in Space Research, vol. 45, pp. 1455–1469, 2010.
- [2] T. Phiri, P. Wiid, and D. Davidson, "*Development and Validation of a Deterministic Propagation Model for MeerKAT*", in proc. 2017 Int. Symp. on EMC – EMC Europe 2017, Angers, France, Sep. 2017.
- [3] A. Young, D. De Villiers, and D. Davidson, "*Sensitivity of shaped offset Gregorian type reflector systems to mechanical mounting errors*", in proc. Int. Conf. on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA 2013), Turin, Italy, Sep. 2013.
- [4] V. Rannou, F. Brouaye, M. Hélier, and W. Tabbara, "*Kriging the quantile : application to a simple transmission line model*", Inverse Problems, vol. 18, no. 1, 2002.
- [5] M. Grigoriu, "*Reduced order models for random functions. Applications to stochastic problems*", Applied Mathematical Modelling, vol. 33, pp. 161–175, 2009.
- [6] B. Settles, "*Active learning (Synthesis Lectures on Artificial Intelligence and Machine Learning)*", Morgan & Claypool Publishers, 2012.